

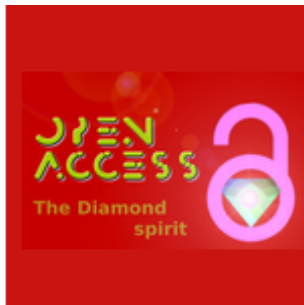
# $P = NP \dots P \neq NP$ , quelle réalité ?

Critique de cadrage et reformulation via une métrique de ressource

(JahNergy / logique tétravalente)

D.O.I 10.5281/zenodo.18161910.

Célia-Violaine Bouchard



## Abstract

Cet article propose une critique du cadrage usuel du problème  $P \stackrel{?}{=} NP$ . Le point d'attaque n'est pas la cohérence interne de la théorie de la complexité classique, mais la *pertinence* de la métrique de « temps polynomial » comme invariant fondamental. On rappelle brièvement le formalisme standard, puis on souligne les limites conceptuelles liées au choix d'une ressource (temps abstrait en étapes symboliques). On propose ensuite une reformulation orientée « ressource » (énergie / intrication logique) inspirée d'une logique tétravalente et d'une intrication associative (cadre JahNergy), avec un programme de recherche testable : définir des coûts  $E(n)$  et/ou  $I(n)$  et viser des bornes inférieures super-polynomiales pour les familles NP-complètes.

# 1 Positionnement : ce qui est contesté, et ce qui ne l'est pas

Le problème  $P \stackrel{?}{=} NP$  est classiquement formulé dans un modèle computationnel idéal (machine de Turing, ou modèles polynômialement équivalents), en mesurant la complexité en nombre d'étapes symboliques. Cette construction est mathématiquement cohérente et extraordinairement féconde.

La critique défendue ici est d'un autre ordre : le statut de la métrique « polynomial » comme proxy de l'accessibilité effective d'un calcul est une *convention* utile, mais pas nécessairement un invariant *ontologique* ou *physique*. Autrement dit : le problème peut être parfaitement défini en mathématiques, tout en étant discutable comme *problème fondamental* si l'on cherche une théorie explicative des limites réelles du calcul.

## 2 Rappel du cadre standard : $P$ , $NP$ , NP-complétude

### 2.1 Définitions usuelles

**Définition 1** (Classe  $P$ ). *La classe  $P$  est l'ensemble des problèmes de décision décidables par un algorithme déterministe en temps polynomial en la taille  $n$  de l'entrée.*

**Définition 2** (Classe  $NP$ ). *La classe  $NP$  est l'ensemble des problèmes de décision pour lesquels toute instance positive admet un certificat de taille polynomiale vérifiable en temps polynomial par un algorithme déterministe.*

**Définition 3** (NP-complétude). *Un problème  $L$  est NP-complet s'il est dans  $NP$  et si tout problème  $L' \in NP$  se réduit à  $L$  par une réduction en temps polynomial.*

La question  $P \stackrel{?}{=} NP$  demande donc si l'existence d'une procédure de *vérification* polynomiale implique l'existence d'une procédure de *résolution* polynomiale.

### 2.2 Robustesse formelle, et sens du mot « temps »

Le « temps » ici est une mesure abstraite (nombre d'étapes élémentaires) et non un temps physique. La robustesse du cadre provient du fait que des modèles raisonnables se simulent mutuellement à un facteur polynomial près, rendant la frontière « polynomial vs super-polynomial » relativement stable.

Cette robustesse ne règle toutefois pas une question de fond : *pourquoi* ce choix de métrique serait-il le bon invariant dès lors qu'on cherche à relier calcul et contraintes matérielles (énergie, dissipation, bruit, coûts de communication, précision, etc.) ?

## 3 Barrières méthodologiques : un symptôme de cadrage ?

Des résultats dits de « barrières » montrent qu'un grand nombre de techniques naturelles ne suffisent pas à trancher  $P \stackrel{?}{=} NP$ . Sans entrer dans les détails techniques, on peut retenir l'idée suivante :

- **Relativisation** : certaines formes de preuves restent vraies même en présence d'oracles, et dans ce cadre on peut fabriquer des mondes où  $P = NP$  et d'autres où  $P \neq NP$ .
- **Natural proofs** : sous hypothèses cryptographiques standard, une large classe de méthodes combinatoires « naturelles » ne peut pas séparer  $P$  et  $NP$ .
- **Algebrization** : même des techniques plus sophistiquées que la relativisation ne suffisent pas dans un schéma large.

**Remarque 1.** *Ces barrières ne prouvent ni l'indécidabilité dans ZFC, ni que le problème est « vide ». Elles objectivent cependant un fait : le formalisme est robuste, mais la résolution résiste à des familles entières de méthodes. Cela incite à considérer qu'une partie de la difficulté pourrait venir du choix d'invariants et du type de ressources formalisées.*

## 4 Critique principale : le polynomial comme proxy, non comme invariant fondamental

### 4.1 Temps abstrait vs ressources physiques

Dans le monde réel, calculer n'est pas seulement enchaîner des pas symboliques : c'est transformer des états physiques, avec des coûts (énergie dissipée, temps de propagation, erreurs, redondance, mémoire, communication). Or la théorie classique agrège tout cela sous un unique compteur d'étapes abstraites.

Même si ce compteur est mathématiquement légitime, il peut être inadapté pour statuer sur des limites « fondamentales » : dans une architecture donnée, un algorithme polynomial peut être irréalisable à cause de constantes gigantesques, de besoins de précision, ou d'exigences énergétiques non bornées par un polynôme raisonnable en pratique.

### 4.2 Thèse de cadrage

La thèse défendue ici peut se formuler ainsi :

Le problème  $P \stackrel{?}{=} NP$  est un énoncé mathématique correct dans un formalisme standard, mais sa centralité comme « problème fondamental » repose sur l'hypothèse implicite que la ressource pertinente est le temps polynomial en étapes abstraites. Cette hypothèse mérite d'être contestée : on peut chercher une formulation alternative où la ressource fondamentale est une grandeur de type *énergétique / informationnelle / structurelle*.

## 5 Reformulation orientée ressource : logique tétravalente et intrication associative

### 5.1 Idée générale

On introduit un cadre logique à quatre valeurs et une règle de composition non purement compositionnaliste (*intrication associative*), afin de modéliser des contraintes structurelles dans la propagation de l'information.

L'objectif n'est pas de « prouver »  $P \neq NP$  dans le modèle de Turing, mais de proposer une *autre* question : *quelle ressource minimale faut-il dépenser pour résoudre des instances NP-complètes dans un cadre computationnel cohérent qui intègre explicitement des coûts de transformation d'état ?*

## 5.2 Deux ressources candidates : énergie et intrication

On associe à une instance de taille  $n$  deux coûts minimaux :

**Définition 4** (Coût énergétique minimal  $E(n)$ ).  $E(n)$  est la borne inférieure d'énergie (au sens du modèle choisi) nécessaire pour obtenir une solution correcte avec une probabilité de succès au moins  $2/3$  sur les instances de taille  $n$ .

**Définition 5** (Complexité d'intrication  $I(n)$ ).  $I(n)$  mesure la quantité minimale d'intrication logique (au sens *JahNergy* : entrelacement structurel dans la propagation des valeurs tétravalentes) requise pour atteindre le même niveau de succès.

## 5.3 Conjecture JahNergy-P/NP

**Conjecture 1** (JahNergy-P/NP). Soit  $\mathcal{F}$  une famille de problèmes NP-complètes (au sens classique). Dans un modèle computationnel conforme à une logique tétravalente avec intrication associative, au moins une des deux grandeurs  $E(n)$  ou  $I(n)$  est nécessairement super-polynomiale en  $n$  pour résoudre  $\mathcal{F}$  avec probabilité  $\geq 2/3$ .

**Remarque 2.** Cette conjecture ne se substitue pas formellement à  $P \stackrel{?}{=} NP$  dans le cadre classique : elle propose une séparation par ressource (énergie / structure d'intrication) qui vise à capter un invariant plus proche du calcul physique et de ses contraintes.

# 6 Programme de recherche : rendre la proposition falsifiable et productive

Pour transformer cette reformulation en objet scientifique opératoire :

1. **Spécifier la sémantique tétravalente** : ensemble de valeurs, tables des connecteurs, règles d'inférence, et définition exacte de l'intrication associative.
2. **Définir un modèle de calcul** : états, transitions, coût énergétique élémentaire, gestion de l'erreur et du bruit.
3. **Définir  $E(n)$  et  $I(n)$**  : de manière non ambiguë, stable par simulation (au moins qualitativement), et compatible avec des bornes inférieures.
4. **Établir des bornes** : démontrer des résultats (même conditionnels) sur des familles NP-complètes, en commençant par SAT/3SAT ou des variantes structurées.
5. **Comparer aux cadres existants** : calcul réversible, complexité de communication, complexité énergétique, modèles probabilistes/quantique, pour identifier recouvrements et divergences.
6. **Caractériser des barrières analogues** : quels types de preuves « intrication-relativisantes » échouent, quels outils sont réellement nouveaux dans ce cadre.

## 7 Objections anticipées et réponses

### 7.1 « Votre critique est hors-sujet : le temps est abstrait par définition »

Réponse : c'est précisément le point. La théorie est correcte *dans son cadre*, mais si l'objectif est de comprendre les limites effectives du calcul (et non seulement des langages), alors la ressource « temps polynomial » peut être un proxy insuffisant. Il est légitime de chercher une théorie où la ressource dominante est explicitée (énergie, bruit, intrication).

### 7.2 « Les barrières ne prouvent rien sur la nature du problème »

Réponse : elles ne concluent pas, mais elles orientent. Lorsqu'un problème résiste de façon systémique à des familles d'outils très larges, il devient rationnel d'interroger le choix d'invariants et d'explorer des reformulations par ressource. Cela n'invalide pas  $P \stackrel{?}{=} NP$ , mais relativise son statut de "problème ultime".

### 7.3 « Pourquoi une logique tétravalente ? »

Réponse : parce qu'elle permet de représenter des états intermédiaires, ambivalents ou superposés (au sens logique), et d'implémenter une dynamique de propagation non strictement binaire. L'enjeu n'est pas l'étiquette « tétravalente », mais la capacité à coder une contrainte structurelle (intrication associative) qui se prête à des bornes inférieures.

## Conclusion

Le problème  $P \stackrel{?}{=} NP$  demeure un objet majeur, mais sa centralité repose sur un choix de ressource (temps polynomial en étapes abstraites). La critique proposée ici consiste à distinguer :

- la **validité formelle** du problème classique,
- sa **pertinence** comme invariant fondamental dès lors qu'on vise une théorie explicative du calcul réel.

La reformulation JahNergy proposée (Conjecture 1) déplace l'axe du débat vers des coûts minimaux énergie/intrication, ouvrant un programme de recherche falsifiable : formalisation, définition de ressources, puis bornes. Même sans résoudre  $P \stackrel{?}{=} NP$  au sens Clay/Turing, ce déplacement peut produire une compréhension plus opérationnelle des limites computationnelles.

*Célia-Violaine Bouchard*

<https://www.cvi-bouchard.com/recherche/>