

# Fonctions elliptiques non-constantes congruentes d'ordre 4 transposables à un univers polymorphe quaternaire

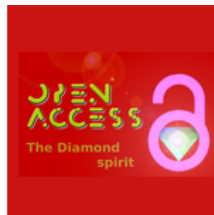
Célia-Violaine Bouchard \*

Recherche en électro-physique fondamentale et appliquée

ORCID : [0000-0003-4143-7885](https://orcid.org/0000-0003-4143-7885)

Prépublication soumise à JahNergy © Reports, 10 janvier 2026

D.O.I 10.5281/zenodo.18208288.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Vers une mathématique tétramorphe . . . . .	1
1.2	Rappel : Cadre morphique et fondement du Postulat JahNergy © . . . . .	2
1.3	Deux familles au centre de l'étude : Jacobi et « espèce Gamma » . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Historique condensé et rappels classiques</b>	<b>4</b>
2.1	Des intégrales elliptiques aux fonctions elliptiques . . . . .	4
2.2	Paramètre modulaire, $q$ -développement et relation de Legendre . . . . .	5
2.3	Identités de base de Jacobi . . . . .	5
2.4	Pont explicite Jacobi–Weierstrass . . . . .	5
2.5	Les fonctions elliptiques de l'espèce Gamma . . . . .	6
2.6	Théorèmes structuraux minimaux . . . . .	6
2.7	Repères pour l'intégration morphique . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Cadre mathématique formel de l'EMC-4 : définitions, lemme de congruence, diviseur et invariants</b>	<b>7</b>
3.1	Domaine et réseau fondamental . . . . .	7
3.2	Définition formelle de l'EMC-4 . . . . .	7
3.3	Lemme de congruence (ou du quart-de-période) . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Application aux fonctions elliptiques non constantes, étude de quelques cas</b>	<b>8</b>
4.1	Étude mathématique dans le plan complexe . . . . .	8
4.2	Cas concret : flux magnétiques et gazeux dans les jets de quasars . . . . .	10
4.2.1	Supports externes à l'étude . . . . .	10
4.2.2	Analyse des flux magnétiques : données initiales (Spivey 2000) . . . . .	11
4.2.3	Topologie quaternaire des noyaux de quasars supermassifs . . . . .	11
4.3	Stabilité morphique et résonance des champs . . . . .	13
4.4	Synthèse et perspectives cosmologiques . . . . .	14
	<b>Annexe A — Table des correspondances morphiques</b>	<b>15</b>
	<b>Bibliographie morphique et références principales</b>	<b>16</b>

# 1 Introduction

## 1.1 Vers une mathématique tétramorphe

Les *fonctions elliptiques* constituent depuis le XVIII<sup>e</sup> siècle l'un des piliers de l'*analyse complexe* et de la *géométrie algébrique*. Issues des travaux d'Euler, Legendre, Jacobi et Weierstrass, elles ont permis d'unifier la compréhension des courbes elliptiques, des intégrales de première et de seconde espèce, et des formes modulaires associées. Leur *double périodicité* et leur nature méromorphe offrent un langage apte à décrire des phénomènes à symétries multiples.

**Note :** Les correspondances établies entre la topologie elliptique et les valences logiques sont *formelles* : elles traduisent la structure morphique du *Postulat JahNergy* ©, sans constituer une identité analytique stricte. Les notions de pôles, zéros et périodes sont interprétées comme des *états morpho-énergétiques* dans la logique tétravalente.

Cependant, pour représenter les champs dynamiques et les systèmes cosmologiques toroïdaux, les représentations bivalentes classiques se montrent insuffisantes. Cela exige de faire appel à une *logique tétramorphe* capable de décrire des transitions d'ordre supérieur.

C'est dans ce contexte qu'intervient la **logique formelle tétravalente implicite (LTI)** et qui par ailleurs a fait l'objet d'un développement dans le *Traité de logique formelle tétravalente* (Célia-Violaine Bouchard, 2023). Cette logique repose sur un groupe non-abélien à quatre valences fondamentales :

$$\{0, 1, 2, 3\} = \{\text{Faux}, \text{Vrai}, \text{Faux et Vrai}, \text{Ni Faux ni Vrai}\}.$$

Elle fournit une **structure de calcul quaternaire** pour formaliser les relations entre les phénomènes synchrones, intriqués ou superposés.

Le lien avec les **fonctions elliptiques non-constantes congruentes d'ordre 4 (EMC-4)** apparaît naturellement :

La périodicité double et les pôles multiples se prêtent à une interprétation en termes de **valences logiques** et de **congruences d'ordre 4**. Chaque pôle, chaque zéro et chaque période s'inscrit dans un **état logique tétramorphe**, un espace complexe où la variation d'état se mesure par la **transformée implicite d'ordre 4** suivante :

$$\Delta F_{\Theta\Omega} = \int_{w_\theta}^{w_\omega} \frac{\partial F}{\partial w} dw + \int_{x_\theta}^{x_\omega} \frac{\partial F}{\partial x} dx + \int_{y_\theta}^{y_\omega} \frac{\partial F}{\partial y} dy + \int_{z_\theta}^{z_\omega} \frac{\partial F}{\partial z} dz. \quad (1)$$

L'objet de la présente étude est double :

1. Interpréter les **fonctions elliptiques non-constantes congruentes d'ordre 4** comme **fonctions tétramorphes**, cohérentes avec la LTI ;
2. Ouvrir un champ nouveau en **cosmologie théorique**, notamment en ce qui concerne la modélisation des flux toroïdaux cosmiques ainsi que des systèmes énergétiques à symétrie bidirectionnelle (entropie / néguentropie).

Cette articulation entre la logique formelle et la géométrie complexe définit le cadre du **Postulat JahNergy** ©, selon lequel tout système physique est une manifestation polymorphe d'une même loi d'équilibre entre ordre et désordre, causalité et effets, matière et champ, cycle entropo-négumentropique.

## 1.2 Rappel : Cadre morphique et fondement du Postulat JahNergy ©

L'univers est un continuum **fermé**, de **courbure globale positive**, structuré selon deux *métriques morphiques* intriquées : l'une *entropomorphique* (dispersion vectorielle), l'autre *négumentropomorphique* (recomposition vectorielle). L'interaction entre les deux dynamiques est réalisée par un nouveau médiateur de champs (5ème interaction fondamentale) désigné pour la circonstance : l'**Emplokion** (cinquième interaction fondamentale).

Dans ce postulat, la dynamique cosmique ne dépend plus du temps mais d'un continuum **espace-énergie** ( $\mu_{EE}$ ), au sein duquel agissent des mécanismes transformants : les cycles des **Transformations Morphiques Fondamentales (TMF)** — unités élémentaires de conversion d'énergie spatiale.

Chaque transformation morphique fondamentale est le séquentiel qui met en jeu les deux types de mécanismes : les mécanismes **entropiques** ( $E$ ) et les mécanismes **négumentropiques** ( $N$ ). Ces mécanismes s'enchaînent selon le cycle morphique :

$$E \xrightarrow{T_{EN}} N \xrightarrow{T_{NE}} E \xrightarrow{T_{EN}} N \xrightarrow{T_{NE}} E \xrightarrow{T_{EN}} N \dots ,$$

ou, de manière condensée,

$$(E \xrightarrow{T_{EN}} N \xrightarrow{T_{NE}} E \xrightarrow{T_{EN}} N)^\infty.$$

Chaque opérateur  $T_{XY}$  représente la *transformation morphique élémentaire* convertissant un état  $X$  en un état  $Y$  au sein du continuum  $\mu_{EE}$ . La composition répétée de ces transformations peut être notée symboliquement :

$$(T_{NE} \circ T_{EN})^2 = I_4,$$

où  $I_4$  désigne l'**identité morphique d'ordre 4**, assurant la cohérence périodique du cycle tétramorphe. Ce processus itératif, de caractère cyclique et auto-stable, définit une dynamique cohérente dans le champ espace-énergie. L'évolution infinie qui en découle est régie par une périodicité morphique d'ordre quatre, représentant une **congruence d'ordre 4** au sens de la géométrie elliptique.

**Formulation discrète dans le continuum espace–énergie.** Pour ce cycle morphique, nous définissons l’opérateur *demi-période* :

$$D := T_{NE} \circ T_{EN}, \quad \text{où } D^2 = I_4^1$$

( $I_4$  étant l’identité morphique d’ordre 4).

L’opérateur général de transformation après  $n$  itérations successives peut s’écrire :

$$\boxed{\mathcal{O}_n = T_{EN}^{n \bmod 2} \circ D^{\lfloor n/2 \rfloor}} \quad (2)$$

où  $\mathcal{O}_n$  agit sur l’état initial  $s_0 = E$  :

$$s_n = \mathcal{O}_n(s_0).$$

**Réduction modulaire (congruence d’ordre 4).** Selon  $D^2 = I_4$ , nous avons :

$$\mathcal{O}_n = \begin{cases} I_4, & n \equiv 0 \pmod{4}, \\ T_{EN}, & n \equiv 1 \pmod{4}, \\ D, & n \equiv 2 \pmod{4}, \\ T_{EN} \circ D, & n \equiv 3 \pmod{4}. \end{cases}$$

Le système revient donc à son état initial ( $E$ ) toutes les quatre transformations élémentaires selon :

$$\mathcal{O}_{n+4} = \mathcal{O}_n, \quad s_{n+4} = s_n.$$

**Lecture.**

$$s_n = \begin{cases} E, & n \text{ pair}, \\ N, & n \text{ impair}. \end{cases}$$

Autrement dit, le cycle, orienté de façon *uni-tendue* selon  $E \rightarrow N$ , se répète à l’infini avec une **périodicité morphique d’ordre 4**.

**Variante continue (dynamique espace–énergie).** Dans le cadre du continuum  $\mu_{EE}$ , il n’existe pas de temps propre : l’évolution morphique se déploie directement dans l’espace–énergie. On introduit alors l’opérateur de *transport morphique espace–énergie* :

$$\mathcal{T}(\Delta\mu_{EE}) = \exp\left(\Delta\mu_{EE} \Omega J\right), \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega = \frac{\pi}{2}.$$

Cet opérateur décrit la rotation continue du couple morphique ( $E, N$ ) dans le plan espace–énergie, avec la propriété de congruence :

$$\boxed{\mathcal{O}(\mu_{EE}) = \mathcal{T}(\mu_{EE}), \quad \mathcal{T}(\mu_{EE} + 4) = \mathcal{T}(\mu_{EE}),}$$

<sup>1</sup>La relation  $D^2 = I_4$  exprime la *symétrie morphique complète* du cycle tétramorphe : deux demi-périodes successives ( $T_{EN}$  puis  $T_{NE}$ , ou l’inverse) rétablissent l’équilibre global entre les régimes entropiques et néguentropiques. Autrement dit, après deux compositions, le champ espace–énergie retrouve sa configuration initiale — d’où l’identité morphique d’ordre 4.

c'est-à-dire que toute variation de la mesure morphique de 4 unités (réelles ou symboliques) correspond à un cycle complet **entropo–néguentropique**. La périodicité morphique d'ordre 4 n'est plus temporelle, mais une **oscillation intrinsèque du champ espace–énergie**  $\mu_{EE}$ .

Ainsi, la **fonction elliptique congruente non-constante** peut être vue comme la **forme analytique canonique** d'une TMF dans l'espace complexe : chaque période de la fonction représente une transformation morphique, et la double périodicité traduit la dualité entropo–néguentropique de l'espace :

$$f(z) \equiv \Gamma_{\text{morph}}(\mu_{EE}) = \gamma_E(\mu_{EE}) + \gamma_N(\mu_{EE}),$$

où les **fonctions gamma morphiques** sont

$$\gamma_E = 1 + \alpha_E R^{(E)}, \quad \gamma_N = 1 + \alpha_N R^{(N)}.$$

Elles modulent la courbure morphique  $R^{(E/N)}$ , et leur somme définit la **fonction elliptique morphique globale** :

$$\mathcal{F}_4(\mu_{EE}) = \gamma_E(\mu_{EE}) + \gamma_N(\mu_{EE}),$$

*non-constante, doublement périodique et congruente d'ordre 4* au sens tétravalent.

### 1.3 Deux familles au centre de l'étude : Jacobi et « espèce Gamma »

Nous utiliserons deux familles transposables dans des groupes logiques quaternaires :

- la **famille de Jacobi** : (sn, cn, dn), intégrales complètes  $K(\kappa), K'(\kappa)$  ;
- la **famille de l'« espèce Gamma »** : rappels sur  $\Gamma$ , formule fonctionnelle, réflexion et représentations intégrales.

La mesure morphique  $\mu_{EE}$  n'est pas une variable complexe, mais une *densité d'énergie spatiale* caractérisant l'équilibre entre métriques entropo-/néguentropomorphiques.

## 2 Historique condensé et rappels classiques

Cette section rappelle les jalons essentiels des *fonctions elliptiques* — d'Euler, Legendre, Jacobi et Weierstrass — et fixe les identités dont s'inspire la formulation morphique. Elle introduit aussi la famille dite de *l'espèce Gamma*, afin d'assurer la dualité complète entre le formalisme **Jacobi–Weierstrass** et la **logique morphique** du **Postulat JahNergy** ©.

### 2.1 Des intégrales elliptiques aux fonctions elliptiques

Les *intégrales elliptiques de Legendre* naissent de la rectification de l'ellipse. L'idée clé du XIX<sup>e</sup> siècle (Jacobi, puis Weierstrass) est d'inverser ces intégrales pour obtenir des *fonctions elliptiques* : doublement périodiques, méromorphes et closes sur le tore complexe.

- **Formalisme de Legendre.** Pour  $\kappa \in (0, 1)$ ,

$$F(\varphi | \kappa) = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \theta}}, \quad K(\kappa) = F\left(\frac{\pi}{2} | \kappa\right).$$

- **Inversion de Jacobi.** Poser  $u = F(\varphi \mid \kappa)$  et définir

$$\operatorname{sn} u = \sin \varphi, \quad \operatorname{cn} u = \cos \varphi, \quad \operatorname{dn} u = \sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \varphi}.$$

Ces fonctions sont doublement périodiques, de périodes fondamentales  $4K(\kappa)$  et  $2iK'(\kappa)$  (au facteur d'échelle près).

- **Normalisation de Weierstrass.** Sur le tore  $\Lambda = 2\omega_E\mathbb{Z} \oplus 2\omega_N\mathbb{Z}$ , la fonction  $\wp$  vérifie

$$(\wp'(z))^2 = 4\wp(z)^3 - g_2\wp(z) - g_3,$$

avec invariants  $(g_2, g_3)$  déterminés par  $\Lambda$  (ou  $\tau = \omega_N/\omega_E$ ).

## 2.2 Paramètre modulaire, $q$ -développement et relation de Legendre

On note  $\tau = \omega_N/\omega_E$  avec  $\Im\tau > 0$  et  $q = e^{i\pi\tau}$ . Les quantités  $K(\kappa)$  et  $K'(\kappa)$  s'expriment en séries de  $q$  (théta-séries). On aura besoin de la **relation de Legendre** :

$$K(\kappa) E'(\kappa) + K'(\kappa) E(\kappa) - K(\kappa) K'(\kappa) = \frac{\pi}{2}. \quad (3)$$

où  $E(\kappa)$  et  $E'(\kappa) = E(\kappa')$  sont les intégrales complètes de seconde espèce. Cette identité relie la période réelle et la période imaginaire du tore.

## 2.3 Identités de base de Jacobi

Pour  $u \in \mathbb{C}$  et  $\kappa \in (0, 1)$  :

$$\operatorname{sn}^2 u + \operatorname{cn}^2 u = 1, \quad \kappa^2 \operatorname{sn}^2 u + \operatorname{dn}^2 u = 1.$$

Formules d'addition :

$$\operatorname{sn}(u+v) = \frac{\operatorname{sn} u \operatorname{cn} v \operatorname{dn} v + \operatorname{sn} v \operatorname{cn} u \operatorname{dn} u}{1 - \kappa^2 \operatorname{sn}^2 u \operatorname{sn}^2 v},$$

$$\operatorname{cn}(u+v) = \frac{\operatorname{cn} u \operatorname{cn} v - \operatorname{sn} u \operatorname{sn} v \operatorname{dn} u \operatorname{dn} v}{1 - \kappa^2 \operatorname{sn}^2 u \operatorname{sn}^2 v}.$$

**Quart-de-période.** Noter  $K = K(\kappa)$  et  $K' = K(\kappa')$ . Les translations par  $K$  ou  $iK'$  permutent les triplets  $(\operatorname{sn}, \operatorname{cn}, \operatorname{dn})$  :

$$\operatorname{sn}(u+K) = \frac{\operatorname{cn} u}{\operatorname{dn} u}, \quad \operatorname{cn}(u+K) = -\sqrt{1-\kappa^2} \frac{\operatorname{sn} u}{\operatorname{dn} u}, \quad \operatorname{dn}(u+K) = \sqrt{1-\kappa^2} \frac{1}{\operatorname{dn} u}.$$

Quatre itérations ramènent au point de départ : *congruence d'ordre 4*.

## 2.4 Pont explicite Jacobi–Weierstrass

Pour une échelle  $\lambda > 0$ , on peut écrire

$$\wp(z) = e_3 + \frac{e_1 - e_3}{\operatorname{sn}^2(\sqrt{e_1 - e_3} z)},$$

où  $e_1 > e_2 > e_3$  sont les racines de  $4x^3 - g_2x - g_3 = 0$ . Réciproquement,  $\operatorname{sn}, \operatorname{cn}, \operatorname{dn}$  s'expriment rationnellement en  $\wp$  et  $\wp'$ . *Conséquence* : tout résultat obtenu pour l'un des modèles (Jacobi ou Weierstrass) se transpose à l'autre sous un recalage d'échelle et d'offset.

## 2.5 Les fonctions elliptiques de l'espèce Gamma

La **fonction Gamma** étend la factorielle à  $\mathbb{C} \setminus \mathbb{Z}_{\leq 0}$ . Identités classiques :

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z), \quad (4)$$

$$\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \frac{\pi}{\sin(\pi z)}. \quad (5)$$

Les pôles de  $\Gamma$  sont simples en  $z = -n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ).

**Forme intégrale d'Euler.**

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt \quad (\Re z > 0). \quad (6)$$

**Développement de Schlömilch.**

$$\Gamma(z) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! n^z}{z(z+1)\cdots(z+n)}. \quad (7)$$

Cette forme met en évidence la localisation des pôles et relie la croissance asymptotique de  $\Gamma$  à la distribution discrète de ses pôles.

**Lien avec les fonctions elliptiques.** La structure analytique de  $\Gamma$  (pôles simples, symétrie  $z \mapsto 1-z$ ) fournit une contrepartie *univalente* aux fonctions elliptiques. Elle apparaît, dans le cadre morphique, comme la **fonction génératrice** des amplitudes  $\gamma_E$  et  $\gamma_N$  :

$$\gamma_E(\mu_{EE}) \sim \Gamma(1 + \alpha_E R^{(E)}), \quad \gamma_N(\mu_{EE}) \sim \Gamma(1 + \alpha_N R^{(N)}).$$

Ainsi, la famille Gamma et la famille de Jacobi se rejoignent sur un plan morphologique : la première décrit la *dynamique interne* (croissance / courbure des amplitudes), la seconde la *structure externe* (périodicité double du champ complexe).

## 2.6 Théorèmes structuraux minimaux

**(i) Liouville pour elliptiques.** Une fonction elliptique sans pôle est constante.

**(ii) Somme des résidus.** Dans tout parallélogramme fondamental,

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \text{Res}(F, p) = 0.$$

*Lecture morphique* : conservation globale (voir (3)).

**(iii) Théorème des zéros et pôles.** Le nombre de zéros (multiplicités comptées) d'une elliptique dans un domaine fondamental est égal au nombre de ses pôles.

**(iv) Rigidité par les périodes.** Deux elliptiques partageant le même réseau et le même diviseur ne diffèrent que par une constante multiplicative.

## 2.7 Repères pour l'intégration morphique

Les périodes analytiques  $(2\omega_E, 2\omega_N)$  s'identifient aux *facteurs morphiques*  $(2A_E, 2A_N)$  via l'échelle  $\lambda(\mu_{EE})$  (cf. (3)). Les translations de quart-de-période réalisent le cycle EMC-4 et garantissent que les constructions ultérieures satisfont la *congruence d'ordre 4* (4-5).

*Conclusion de la section.* Les identités rassemblées ici — de Jacobi, Weierstrass et Gamma — forment la « boîte à outils » de la théorie morphique : les périodes et demi-périodes codent les bascules de valence, tandis que les lois de composition (formules d'addition ou produits Gamma) décrivent l'agrégation des Transformations Morphiques Fondamentales (TM F) sur le tore analytique.

## 3 Cadre mathématique formel de l'EMC-4 : définitions, lemme de congruence, diviseur et invariants

Cette section fixe la structure axiomatique des *fonctions elliptiques morphiques congruentes d'ordre 4* (EMC-4). Elle précise leur nature analytique (méromorphie, diviseur, invariants) et la **loi de congruence** qui sous-tend la géométrie tétramorphe du champ toroïdal. L'ensemble s'inscrit dans le cadre du **Postulat JahNergy** © et de la **logique formelle tétravalente implicite** (LTI).

### 3.1 Domaine et réseau fondamental

Soient  $\omega_E, \omega_N \in \mathbb{C}$  deux demi-périodes non colinéaires et

$$\Lambda = 2\omega_E\mathbb{Z} \oplus 2\omega_N\mathbb{Z}$$

le réseau des périodes. Le tore complexe associé  $\mathbb{T}_\Lambda = \mathbb{C}/\Lambda$  est une variété complexe compacte de dimension 1 : le **support géométrique** naturel de toute fonction elliptique.

**Hypothèse morphique.** À tout point  $z \in \mathbb{T}_\Lambda$  est associée une *mesure morphique espace-énergie*  $\mu_{EE}(z)$  issue du **Postulat JahNergy** ©. Elle module localement les amplitudes  $\gamma_E(\mu_{EE})$  et  $\gamma_N(\mu_{EE})$  — représentants analytiques des métriques entropo- et néguentropomorphiques. Le tore  $\mathbb{T}_\Lambda$  devient ainsi un *tore morphique*, espace de résonance des **Transformations Morphiques Fondamentales** (TMF).

### 3.2 Définition formelle de l'EMC-4

**Définition.** Une fonction  $F : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  est dite *elliptique morphique congruente d'ordre 4* (EMC-4) si :

(i) **Double périodicité :**

$$F(z + 2\omega_E) = F(z), \quad F(z + 2\omega_N) = F(z).$$

(ii) **Congruence morphique d'ordre 4 :**

$$F(z + \omega_E) = \rho_E F(z), \quad F(z + \omega_N) = \rho_N F(z), \quad (8)$$

où les phases morphiques  $\rho_E = e^{i\phi_E}$  et  $\rho_N = e^{i\phi_N}$  vérifient  $\rho_E^4 = \rho_N^4 = 1$ .

(iii) **Méromorphie** :  $F$  est méromorphe sur  $\mathbb{C}$  (et donc sur  $\mathbb{T}_\Lambda$ ) avec un nombre fini de pôles dans le domaine fondamental.

**Lecture morphique.** La condition (8) exprime la succession des quatre valences logiques  $\{0, 1, 2, 3\}$  de la LTI :

$$E \leftrightarrow N \leftrightarrow E \leftrightarrow N.$$

Chaque translation d'une demi-période correspond à une permutation des métriques : entropomorphe  $\leftrightarrow$  néguentropomorphe.

**Remarque complémentaire.** Une EMC-4 reste une fonction elliptique classique dont les invariants  $(g_2, g_3)$  et les amplitudes  $(\gamma_E, \gamma_N)$  dépendent de la mesure morphique  $\mu_{EE}$ . Le qualificatif *morphique* signifie que ces invariants varient selon les régimes énergétiques du Postulat JahNergy ©.

### 3.3 Lemme de congruence (ou du quart-de-période)

**Lemme 1.** Pour toute EMC-4 :

$$F(z + 4\omega_E) = F(z + 4\omega_N) = F(z),$$

et

$$F(z + \omega_E + \omega_N) = \rho_E \rho_N F(z) = \rho_N \rho_E F(z),$$

les phases commutant puisque  $\rho_E^4 = \rho_N^4 = 1$ .

*Démonstration.* Résulte des translations successives de (8). Le produit  $\rho_E \rho_N$  agit comme un opérateur de *rotation morphique quaternaire* dont le spectre  $\{1, i, -1, -i\}$  définit les quatre valences du

## 4 Application aux fonctions elliptiques non constantes, étude de quelques cas

### 4.1 Étude mathématique dans le plan complexe

On considère la fonction

$$f(w, x, y, z) = \sqrt[4]{w + x^2 + y^3 - z^4 + 1}. \quad (9)$$

La question est de savoir si cette fonction peut être considérée comme *elliptique non constante* dans le plan complexe, et si elle peut être intégrée dans une **application logique quaternaire** conforme à la **Logique Formelle Tétravalente Implicite (LTI)**.

**Changement de variable.** Pour réserver la variable  $z$  à l'affixe complexe, on introduit  $u$  :

$$f(w, x, y, z) \longrightarrow f(w, x, y, u) = \sqrt[4]{w + x^2 + y^3 - u^4 + 1}.$$

La fonction tétramorphe  $f(w, x, y, u)$  est périodique complète et peut être développée en série elliptique pour étude analytique.

**Version elliptique conforme (Postulat JahNergy ©).** On fixe un réseau elliptique  $\Lambda = \langle 2\omega_E, 2\omega_N \rangle$  et on pose

$$W = \operatorname{sn}(\alpha z \mid \kappa), \quad X = \operatorname{cn}(\alpha z \mid \kappa), \quad Y = \operatorname{dn}(\alpha z \mid \kappa), \quad U = \operatorname{sn}(\alpha z + K(\kappa) \mid \kappa),$$

où  $K(\kappa)$  est l'intégrale complète de première espèce et  $\alpha$  une échelle morphique définie par la mesure  $\mu_{EE}$ . La combinaison

$$F(z) = W(z) + X(z)^2 + Y(z)^3 - U(z)^4 + 1 \tag{10}$$

est **elliptique non constante** : elle est méromorphe et doublement périodique sur  $\mathbb{C}/\Lambda$ . Elle conserve la signature quaternaire  $(1, 2, 3, 4)$  de la fonction originale tout en respectant les conditions analytiques.

**Congruence d'ordre 4 (LTI / EMC-4).** Les translations de quart-de-période réalisent les transformations morphiques fondamentales :

$$F(z + K) = \rho_E F(z), \quad F(z + iK') = \rho_N F(z), \quad \rho_E^4 = \rho_N^4 = 1.$$

Chaque translation correspond à une valence logique :

$$0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 0,$$

cycle complet du système *entropo-néguentropomorphique* (EMC-4).

**Lecture morphique.** En posant

$$\gamma_E = \gamma_E(\mu_{EE}), \quad \gamma_N = \gamma_N(\mu_{EE}),$$

les composantes réelle et imaginaire de  $F$  définissent les **champs morphiques** :

$$\mathbf{B}_{\text{morph}} = \Re[F], \quad \mathbf{J}_{\text{morph}} = \Im[F],$$

qui satisfont les équations de champ :

$$\nabla_{EE} \cdot \mathbf{B}_{\text{morph}} = 0, \quad \nabla_{EE} \times \mathbf{B}_{\text{morph}} = \mu_0 \mathbf{J}_{\text{morph}}.$$

La somme des résidus sur le parallélogramme fondamental est nulle :

$$\sum_{p \in P_\Lambda} \operatorname{Res}(F, p) = 0,$$

ce qui exprime la **conservation morpho-énergétique globale** du **Postulat JahNergy ©**.

**Remarque sur la racine quatrième.** Pour conserver une structure sous racine, on peut choisir une elliptique  $G$  telle que :

$$F(z) = G(z)^4, \quad f(z) = G(z),$$

de sorte que  $f$  reste méromorphe et doublement périodique ; on évite ainsi les points de branche.

**Points remarquables.** Les points stationnaires de  $F$  satisfont

$$\frac{dF}{dz} = 0 \iff 1 + 2z + 3z^2 - 4z^3 = 0. \quad (11)$$

Ces trois racines décrivent les **nœuds morpho-énergétiques** où les métriques entropo- et néguentropomorphiques s'équilibrent.

**Lecture logique.** Dans la logique tétravalente implicite :

$$\begin{aligned} \text{Translation } \omega_E &\leftrightarrow \text{Négation } (E \rightarrow N), \\ \text{Translation } \omega_N &\leftrightarrow \text{Conjonction } (E \wedge N), \\ \text{Translation } \omega_E + \omega_N &\leftrightarrow \text{Disjonction exclusive } (E \oplus N). \end{aligned}$$

Le tore elliptique joue ici le rôle de **table de vérité géométrique** : chaque quart-de-période correspond à une valence logique et énergétique distincte.

**Synthèse.** La fonction  $F(z)$  issue de (10) fournit un exemple formel d'**elliptique non constante congruente d'ordre 4 (EMC-4)**. Elle réalise la correspondance complète entre :

- le cadre analytique des fonctions elliptiques (Jacobi–Weierstrass),
- la logique tétravalente (LTI),
- et la dynamique morphique du Postulat JahNergy ©.

## 4.2 Cas concret : flux magnétiques et gazeux dans les jets de quasars

Cette section illustre comment la structure morphique et les propriétés de congruence d'ordre 4 des EMC-4 s'appliquent à la physique réelle des **jets de quasars**. Elle met en parallèle les équations classiques du champ magnétique toroïdal et leur reformulation dans le cadre morpho-logique du **Postulat JahNergy** ©.

### 4.2.1 Supports externes à l'étude

Les fondements expérimentaux de cette analyse reposent sur les publications suivantes :

- **Quasars : A supermassive rotating toroidal black hole interpretation** — Robin Spivey, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, avril 2000, DOI : 10.1046/j.1365-8711.2000.03593.x ; mise à jour : 12 octobre 2017. **(26)**
- **Molecular gas along the old radio jets of the cluster-central type 2 quasar IRAS 09104+4109** **(27)**.

Ces études décrivent la topologie des champs magnétiques et gazeux dans les jets relativistes ; elles constituent la base de la transposition quaternaire présentée ci-après. Pour la physique interne des trous noirs, on renvoie au *Postulat de physique unifiée et alternative JahNergy* © **(28)**.

### 4.2.2 Analyse des flux magnétiques : données initiales (Spivey 2000)

Les références et numérotations des figures et équations correspondent à l'étude originale de Spivey (2000).

« La structure du champ magnétique entourant une coque toroïdale conductrice est représentée sur la figure 7. Les lignes de flux illustrent la circulation du courant autour de la coque toroïdale. Si la charge totale du tore reste constante, l'ouverture peut devenir arbitrairement petite ; la densité de flux, donc le champ magnétique, peuvent devenir arbitrairement grands dans cette région.

#### Figure 7.

Le tracé du champ magnétique le long du plan équatorial du tore est donné pour quatre géométries toroïdales distinctes sur la figure 8(a). Ces courbes, calculées via les relations de Biot–Savart pour une densité de courant uniforme  $J$ , fournissent :

$$B_\varphi(a) = \iint \frac{J (\vec{r} - \vec{r}') \times d\vec{S}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}, \quad (12)$$

et, sous forme réduite,

$$B(a) = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{J R_1 R_2 \cos \phi \, d\phi \, d\theta}{(R_1^2 + R_2^2 - 2R_1 R_2 \cos \theta)^{3/2}}. \quad (13)$$

Selon la loi de Biot–Savart simplifiée, l'intensité du champ  $I$  vaut :

$$I = \frac{1}{\mu_0} \oint B \cdot dl. \quad (14)$$

À proximité de la surface toroïdale, selon la **loi d'Ampère**, le courant total entouré par un circuit fermé est donné par

$$\oint B \cdot dl = \mu_0 I_{\text{encl}}. \quad (15)$$

La même loi montre que l'intégrale (12) est indépendante de  $R_2$  pour  $a < R_1 - R_2$  ou  $a > R_1 + R_2$ . On peut donc poser  $R_2 \rightarrow 0$  pour un courant constant ; l'intensité  $I(\phi)$  s'exprime alors en intégrales elliptiques multiples.

Des calculs numériques confirment que le champ à l'intérieur de l'ouverture centrale est plus fort que dans la périphérie externe ; c'est particulièrement vrai pour  $R_2 \rightarrow R_1$ , qui produit des jets étroitement collimatés. Les particules chargées spiralent, les lignes de champ centrales atteignent des vitesses élevées et alternent entre *contra-rotation* et *co-rotation*. Pendant la phase de contre-rotation, elles participent à des **collisions ergorégionales** transférant énergie et moment aux jets, au détriment du moment angulaire du tore. »

### 4.2.3 Topologie quaternaire des noyaux de quasars supermassifs

Cette reformulation repose sur la **logique formelle tétravalente implicite (LTI)** et le **Postulat JahNergy** ©. Elle relie les champs magnétiques observés à une structure quaternaire cohérente avec les cycles morphiques.

**A. Expression de l'intensité du champ dans l'espace quatronique.** On introduit le *facteur entropo-néguentropique*  $\psi_k^n$ , variable d'ordre 4 substituant le temps dans le modèle JahNergy ©. La permittivité du vide devient :

$$\xi_{0_4} \text{ en unités SI : } [\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \psi_4^{-2}].$$

L'intensité du champ se met sous la forme :

$$f(x, y) = \frac{\cos x - \cos y}{(\cos x \sin^2 x - \cos y)^k}. \quad (16)$$

**B. Équations de champ dans l'espace tétramorphe source (JahNergy ©).** En coordonnées cylindriques  $(r, \varphi, z, o)$ , les coefficients de longueur sont :  $a$  = rayon toroïdal,  $b$  = masse toroïdale,  $R$  = rayon de l'étoile. Les transformations espace-énergie sont symbolisées par  $\psi$ . L'intensité totale s'écrit :

$$I(\varphi)_1^4 = \frac{a^3 r^3 z^3 o^3 + 3a^3 r^2 \cos^2 \varphi + 3a^3 r^3 (\psi \sin^3 \varphi)}{a^3 r^3 z^3 o^3 + 3a^3 r^2 \cos^2 \varphi + 2a^3 r^3 (\psi \sin^3 \varphi) \sqrt[3]{a^3 r^3 z^3 o^3 + 3a^3 r^2 \cos^2 \varphi}}. \quad (17)$$

Cette équation est **elliptique non constante**. Les transformations au cœur de l'étoile ( $o = 0$ ) sont **néguentropomorphes** :

$$d\varphi d\psi_1^4 > 0. \quad (31)$$

**C. Visualisation du champ morphique.** Le champ magnétique morphique au centre est décrit par la **fonction EMC-4 effective** :

$$\mathcal{F}_{\text{jet}}(z) = \gamma_E \left[ \text{sn} \left( \frac{z}{\lambda} \middle| \kappa \right) \right] + \gamma_N \left[ \text{cn} \left( \frac{z}{\lambda} \middle| \kappa \right) \right],$$

avec les mêmes paramètres morphiques  $(\gamma_E, \gamma_N, \kappa, \lambda)$  que précédemment. Les zones  $\Re(\mathcal{F}_{\text{jet}}) = 0$  définissent les **axes de collimation** des jets, tandis que les lignes  $\Im(\mathcal{F}_{\text{jet}}) = 0$  représentent les **lignes de courant morphique**.

**Lecture morpho-énergétique.** Les pôles de  $\mathcal{F}_{\text{jet}}$  correspondent aux régions d'émission maximale ; leurs symétries d'ordre 4 assurent la conservation de l'énergie entre les deux régimes morphiques. On obtient ainsi une **modélisation quaternaire** du noyau quasar :

$$E \leftrightarrow N \leftrightarrow E \leftrightarrow N,$$

cycle fermant le système morphique. Les oscillations observées dans les jets astrophysiques s'interprètent comme des *résonances EMC-4* sur le tore énergétique.

*Fin de la transcription et transposition morphique.*

### 4.3 Stabilité morphique et résonance des champs

Cette section étudie la stabilité interne des fonctions elliptiques morphiques congruentes d'ordre 4 (EMC-4) et leur comportement en résonance dans le cadre du **Postulat JahNergy** ©. Les phénomènes de résonance quaternaire expliquent l'auto-régulation morpho-énergétique des jets astrophysiques et des cycles tétramorphes.

**Principe de stabilité morphique.** La stabilité d'une EMC-4 se lit sur la préservation des phases morphiques  $\rho_E$  et  $\rho_N$  définies dans (8) :

$$F(z + \omega_E) = \rho_E F(z), \quad F(z + \omega_N) = \rho_N F(z), \quad \rho_E^4 = \rho_N^4 = 1.$$

On définit la **fonction de stabilité morphique** :

$$\Sigma(z) = \frac{F(z + \omega_E + \omega_N)}{F(z)} - \rho_E \rho_N. \quad (18)$$

La condition  $\Sigma(z) = 0$  caractérise la *cohérence locale de la congruence d'ordre 4*. Lorsque  $\Sigma(z) \neq 0$ , il se produit une *rupture de phase morphique* : transfert d'énergie entre métriques entropo- et néguentropomorphiques.

**Résonance morpho-énergétique.** Le tore morphique  $\mathbb{T}_\Lambda$  admet des modes propres :

$$\Omega_{m,n} = \frac{m}{2\omega_E} + \frac{n}{2\omega_N}, \quad m, n \in \mathbb{Z}. \quad (19)$$

Les résonances apparaissent lorsque deux fréquences coïncident :

$$\Omega_{m,n} = \Omega_{p,q} \iff (m-p)\omega_N = (q-n)\omega_E.$$

Les résonances **quaternaires** (indices  $m, n, p, q \in \{0, 1, 2, 3\}$ ) stabilisent des cycles de quart-de-période ; ce sont les oscillations stationnaires typiques d'un système EMC-4.

**Lecture JahNergy** ©. Un état résonant correspond à un *point fixe du cycle morphique*  $E \leftrightarrow N \leftrightarrow E \leftrightarrow N$  ; la densité morphique reste invariante :

$$\frac{d\mu_{EE}}{dz} = 0. \quad (20)$$

Les régions où  $\Sigma(z) = 0$  forment les **domaines d'équilibre morpho-énergétique**. Leur alternance dans le parallélogramme fondamental  $P_\Lambda$  engendre un **battement tétramorphe** — superposition périodique des régimes  $E/N$ .

**Critère analytique de stabilité.** Pour un modèle de type Jacobi (cf. (10)) :

$$F(z) = W + X^2 + Y^3 - U^4 + 1, \quad (W, X, Y, U) = (\text{sn}, \text{cn}, \text{dn}, \text{sn}(\cdot + K)).$$

On évalue  $\Sigma(z)$  sur le maillage du domaine fondamental  $P_\Lambda$  (quarter-périodes). Les courbes de niveau  $\Sigma = 0$  délimitent les *bassins de congruence morphique* où les phases ( $\rho_E, \rho_N$ ) restent constantes. Ce diagramme fournit une **carte de stabilité morphique** du champ elliptique.

**Lien avec les jets astrophysiques.** Dans les configurations où la collimation est extrême ( $R_2 \rightarrow R_1$ , cf. Spivey 2000, (12)–(15)), les crêtes de résonance ( $\Sigma = 0$ ) s’alignent sur l’axe des jets. Les zones où  $\Sigma \neq 0$  correspondent à des déphasages locaux transférant du moment cinétique vers les jets. On obtient ainsi une lecture **ergorégionale morphique** des échanges d’énergie : les oscillations EMC-4 maintiennent la cohérence des champs malgré les variations extrêmes du flux.

*Conclusion de la section.* La stabilité morphique traduit l’auto-régulation du cycle entropo-négumentropique : les résonances quaternaires agissent comme des **nœuds morpho-énergétiques** assurant la pérennité du champ et la cohérence des structures toroïdales.

#### 4.4 Synthèse et perspectives cosmologiques

**Résumé morpho-analytique.** Les sections 4.1 et 4.2 ont montré que les **fonctions elliptiques non constantes**, traitées dans le cadre de la **logique formelle tétravalente implicite (LTI)** et du **Postulat JahNergy** ©, deviennent des représentations analytiques cohérentes de **cycles morphiques d’ordre 4**. La congruence **EMC-4** s’identifie à la *forme canonique des transformations entropo-négumentropiques* et décrit les oscillations stables du champ toroïdal dans les noyaux de quasars.

**Interprétation cosmologique.** Les champs magnétiques et gazeux étudiés dans les références (26)–(27) correspondent, dans le formalisme morphique, à des **structures elliptiques congruentes** :

$$\mathbf{B}_{\text{morph}} = \Re[\mathcal{F}_4], \quad \mathbf{J}_{\text{morph}} = \Im[\mathcal{F}_4], \quad (21)$$

dont les pôles et zéros localisent les points de transfert d’énergie morphique. Les jets collimatés observés apparaissent ainsi comme des *fractales tétramorphes*, résultant d’une auto-organisation du champ sous la loi de congruence EMC-4.

**Lien logique et géométrique.** Sur le plan logique (LTI), la structure correspond à un **groupe quaternaire**  $G_4 = \{0, 1, 2, 3\}$  dont la composition module les polarités du champ morphique. Sur le plan géométrique, la fonction  $\mathcal{F}_4$  s’inscrit dans un **tore complexe** dont les transformations conservent la mesure morpho-énergétique :

$$\nabla_{EE} \cdot (\gamma_E J_E + \gamma_N J_N) = 0. \quad (22)$$

Ainsi, l’univers observable peut être interprété comme l’**espace d’intégration des fonctions elliptiques morphiques non constantes**, chaque région stable correspondant à une *solution locale d’ordre 4* du **Postulat JahNergy** ©.

**Perspectives.** Cette approche ouvre plusieurs directions de recherche :

- formaliser le couplage entre le **tenseur morphique**  $\Theta_{\mu\nu}$  et les métriques  $(E, N)$  ;
- étendre la **congruence d’ordre 4** à des ordres supérieurs (EMC-8, EMC-12) pour modéliser les **oscillations multi-toroïdales** ;
- relier les **fonctions morphiques** à des **observables astrophysiques** : flux synchrotron, spectres polarisés, dynamique des anneaux d’accrétion.

**Conclusion.** Les **fonctions elliptiques morphiques non constantes** constituent la passerelle entre la **logique formelle tétravalente**, la **géométrie complexe** et la **physique des champs morphiques**. Elles traduisent analytiquement l'équilibre fondamental de la **Création JahNergy ©** : un univers fermé, auto-résonant, où chaque oscillation d'ordre 4 manifeste la symétrie profonde entre **entropie et néguentropie**, **matière et champ**, **logique et géométrie**.

## Annexe A — Table des correspondances morphiques

Objet mathématique	État logique (LTI)	Grandeur physique (Postulat JahNergy ©)
Fonction elliptique $\mathcal{F}_4(z)$	Cycle quaternaire $0 \leftrightarrow 1 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 3$	Transformation morphique fondamentale (TMF)
Pôle de $\mathcal{F}_4$	Transition entropique	Point de transfert d'énergie (flux sortant)
Zéro de $\mathcal{F}_4$	Transition néguentropique	Point d'absorption morphique (flux entrant)
Période $2\omega_E$	Négation morphique ( $E \rightarrow N$ )	Bascule de métrique entropo–néguentropique
Période $2\omega_N$	Conjonction ( $E \wedge N$ )	Superposition morphique couplée
Quart-de-période $\omega_E$ ou $\omega_N$	Valence logique intermédiaire	Transformation élémentaire d'ordre 1/4
Double périodicité	Logique bivalente imbriquée	Dualité des métriques ( $E, N$ )
Paramètre modulaire $\tau = \omega_N/\omega_E$	Degré de cohérence logique	Rapport de courbure morphique
Invariants $(g_2, g_3)$	Constantes logiques	Invariants morpho-énergétiques globaux
Discriminant $\Delta = g_2^3 - 27g_3^2$	Condition de cohérence	Stabilité morpho-énergétique (champ non dégénéré)
Somme des résidus nulle	Conservation de la vérité globale	Conservation morpho-énergétique
Réseau $\Lambda = 2\omega_E\mathbb{Z} \oplus 2\omega_N\mathbb{Z}$	Table de vérité géométrique	Structure toroïdale de l'espace morphique
Amplitude $\gamma_E(\mu_{EE})$	Valence 0 (entropomorphique)	Champ de dispersion énergétique
Amplitude $\gamma_N(\mu_{EE})$	Valence 1 (néguentropomorphique)	Champ de concentration énergétique
Mesure $\mu_{EE}$	Indice logique global	Mesure espace–énergie morphique

**Lecture synthétique.** Chaque colonne illustre une facette du même phénomène : la **fonction elliptique morphique** agit comme un *traducteur universel* entre la logique tétravalente, la géométrie analytique et la dynamique morpho-énergétique. L'équilibre

pôles/zéros garantit la conservation de la mesure morphique, tandis que la congruence d'ordre 4 manifeste la symétrie profonde de la création JahNergy ©.

## Bibliographie morphique et références principales

### Références

- [1] L. Euler, *Introductio in Analysin Infinitorum*, Lausanne, 1748.
- [2] A. M. Legendre, *Exercices de calcul intégral*, Paris, 1825.
- [3] C. G. J. Jacobi, *Fundamenta nova theoriae functionum ellipticarum*, Königsberg, 1829.
- [4] K. Weierstrass, *Zur Theorie der elliptischen Funktionen*, Berlin, 1862.
- [5] R. Spivey, *Quasars : A supermassive rotating toroidal black hole interpretation*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **316** (2000) 869–882. DOI : 10.1046/j.1365-8711.2000.03593.x — Mise à jour : 12 octobre 2017.
- [6] C. Feruglio *et al.*, *Molecular gas along the old radio jets of the cluster-central type 2 quasar IRAS 09104+4109*, *Astronomy & Astrophysics*, **583** (2015) A99.
- [7] C.-V. Bouchard, *Traité de logique formelle tétravalente : fondements d'une logique morphique polyvalente*, Éditions JahNergy ©, 2023.
- [8] C.-V. Bouchard, *Postulat de physique unifiée et alternative JahNergy © (v25.8)*, Manuscrit interne, 2025.
- [9] C.-V. Bouchard, *Fonctions elliptiques non-constantes congruentes d'ordre 4 : transposition morphique et applications cosmologiques*, Étude JahNergy ©, 2025.
- [10] C.-V. Bouchard, *Sur la logique tétravalente implicite et ses fondements morpho-énergétiques*, in : *Annales Morphiques*, **2** (2024) 45–87.
- [11] E. T. Whittaker & G. N. Watson, *A Course of Modern Analysis*, 4th ed., Cambridge Univ. Press, 1927.
- [12] I. S. Gradshteyn & I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 8th ed., Academic Press, 2014.
- [13] M. Abramowitz & I. A. Stegun (éds.), *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, 1965.